УДК 519.2:629.7.01:629.7.07

МЕТОДИКА РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ УЩЕРБА ОТ АВАРИЙ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Математическое ожидание безусловного суммарного ущерба от возможных аварий рассматривается как сумма произведений вероятностей возникновения аварий каждого из достоверно известных типов на математические ожидания величин ущерба, характерных для аварий данного типа. Решается задача выпуклого программирования для определения оптимальных, по критерию минимума ущерба, параметров, характеризующих аварии. Даны примеры решения задач расчета и оптимизации ущерба.

В любых технических системах (ТС) в процессе эксплуатации возникают неисправности из-за ошибок проектирования, нарушения технологии изготовления, выработки ресурса, неправильных действий персонала, превышения установленных нагрузок. Некоторые неисправности перерастают в отказы, аварии, катастрофы. Возможность расчета вероятностей таких событий, прогнозирование вызываемого ими ущерба, его оптимизация (сведение к минимуму) составляют круг довольно сложных научных и технических задач. В статье предлагается один из возможных вариантов их решения.

Описание задачи расчета ущерба

Существует совокупность однотипных технических систем, пребывающих в одинаковом режиме использования (рабочее состояние, хранение, транспортировка и т. п.). В установленном режиме на ТС действуют определенные технической документацией внешние воздействия. В результате эксплуатации совокупности ТС в течение длительного срока их характеристики случайным и закономерным образом меняются во времени.

Будем рассматривать только одно сечение процесса для фиксированного момента эксплуатации ТС. Например, совокупность из 100 однотипных систем 5 лет находилась в рабочем состоянии, произведена в один год, эксплуатационные нагрузки за 5 лет не превышали допустимых технической документацией.

Естественно, что в каких-то экземплярах ТС возникают неисправности, которые приводят к ущербу (затратам на восстановление работоспособности, разрушениям, поражению или гибели людей и т. п.). Все такие последствия далее будем для краткости называть авариями, что несколько не совпадает с определением термина авария в руководящих документах.

Возникает задача расчета возможного (случайного) ущерба от эксплуатации заданной совокупности ТС на определенном временном интервале, а также задания таких требований к ТС, при которых средний ущерб от аварий был бы минимальным.

Математическая модель расчета ущерба

Будем полагать, что достоверно известны k ($j = 1, 2, \ldots, k$) типов аварий ТС, существенно отличающихся величиной ущерба. Поясним это важное предположение примерами. Для ракеты-носителя космического аппарата при ее запуске возможны из-за неисправностей: задержка пуска без начала работы двигателей; несостоявшийся пуск, при котором необходимо ракету снимать со старта и отправлять на завод (двигатели начали работать, но были выключены до отрыва ракеты от пусковой установки); взрыв ракеты в полете с гибелью космического аппарата; взрыв ракеты на старте с гибелью аппарата и разрушением старта.

Лев Иванович Волков – член-кореспондент РАН, доктор технических наук, генерал-лейтенант в отставке

В головной части ракеты с ядерным зарядом в результате несанкционированного воздействия может взорваться заряд обычного взрывчатого вещества в несколько килограммов, приводящий к разбросу радиоактивного вещества на местности, может произойти неполный ядерный взрыв с тротиловым эквивалентом в сотни тонн, а также полный ядерный взрыв с эквивалентом в сотни килотонн.

Случайное событие возникновения аварии j-го типа A_j представим дискретной величиной, принимающей два значения (0; 1) и характеризуемой вероятностью аварии $P(A_j) = P_j$.

Возникший в результате произошедшей аварии j-го типа ущерб представим случайной непрерывной величиной G_j, полагая, что любой ущерб можно выразить в одинаковых единицах (например, в рублях). Случайная величина G_j условна, предполагает, что авария уже произошла ($A_j = 1$).

Случайную величину безусловного ущерба C_j от аварии j-го типа, учитывающую факт отсутствия или возникновения аварии и величину ущерба, можно представить в виде

$$C_j = A_j\, G_j / A_j, \tag{1}$$

где G_j/A_j – случайная величина ущерба при условии, что событие A_j (авария) произошло.

По теореме умножения [1] вероятность случайной величины C_j можно записать в следующем виде:

$$\text{вер}(C_j) = \text{вер}(A_j)\ \text{вер}(G_j/A_j) = P_j\ \text{вер}(G_j/A_j).$$

Введем обозначение

$$G_j/A_j = R_j. \tag{2}$$

Тогда в соответствии с (1) и (2) получим

$$C_j = A_j\, R_j.$$

Таким образом, безусловный случайный ущерб от аварии j-го типа определяется произведением двух случайных величин: дискретной A_j и непрерывной R_j.

На первый взгляд эти величины зависимы и коррелированы. Однако это не так. Величина ущерба от аварии j-го типа случайна, но ее значение не зависит от факта аварии. Другими словами, при любом значении A_j (при любой вероятности P_j) случайный ущерб будет зависеть только от типа аварии.

Возвращаясь к примерам, независимость A_j и R_j можно проиллюстрировать следующим образом. Если произошла задержка пуска ракеты, то ущерб может быть различным, но его величина характерна для данной аварии и не связана с вероятностью аварии. Аналогично, если взрывается обычный заряд ВВ в головной части, а ядерный заряд не реагирует, то ущерб будет случайным, но характерным для данного типа аварии, и его величина не зависит от вероятности наступления данной аварии.

Предлагаемая модель довольно точно описывает процесс возникновения ущерба, но, конечно, это математическая модель.

На рис. 1 показано, что плотность вероятности $f(R_j) = f(G_j/A_j)$ сосредоточена в плоскости, проходящей через прямую $A_j = 1$. В этом случае математическое ожидание случайной величины $R_j = G_j / A_j$ совпадает с математическим ожиданием случайной величины G_j:

$$\mathrm{M}[G_j/A_j] = \mathrm{M}[R_j] = \mathrm{M}[G_j]. \qquad (3)$$

Соответственно плотность вероятности $f(R_j)$ совпадает с $f(G_j)$.

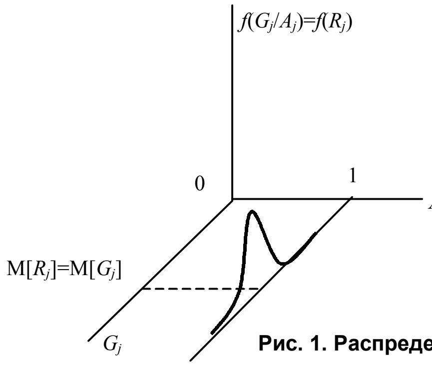

Рис. 1. Распределение f(R$_j$)

Математическое ожидание безусловного ущерба $\mathrm{M}[C_j]$ от аварии j-го типа, как математическое ожидание произведения двух величин (даже и зависимых), определяется известным выражением [1]:

$$\mathrm{M}[C_j] = \mathrm{M}[A_j]\ \mathrm{M}[R_j] = P_j\ \mathrm{M}[R_j], \qquad (4)$$

т. к. по определению математического ожидания дискретной величины

$$\mathrm{M}[A_j] = 1\ P(A_j]\ + 0\ \{1 - P(A_j)\} = P(A_j) = P_j. \qquad (5)$$

Учитывая независимость случайных величин A_j и R_j, запишем выражение для среднего квадратического отклонения случайной величины C_j:

$$\sigma[C_j] = P_j^2\sigma^2[R_j] + M^2[R_j]\sigma^2[A_j] +$$

$$+\sigma^2[A_j]\sigma^2[R_j], \qquad (6)$$

где $\sigma^2[A_j]$ и $\sigma^2[R_j]$ – дисперсии случайных величин A_j и R_j.

Суммарный безусловный ущерб от аварий всех типов j= 1,2, …, k определяется очевидным выражением:

$$C = \sum_{j=1}^{k} C_j\ . \qquad (7)$$

Величины C_j случайны зависимы и имеют положительную корреляцию. Действительно, возникновение аварии одного типа может перерастать в возникновение более тяжелой аварии, т. е. случайные величины A_j зависимы, положительно коррелированы, а потому зависимы и коррелированы величины C_j.

Однако в этом случае, учитывая линейность функции (7), можно легко найти математическое ожидание суммарного ущерба от аварий всех типов [1], используя выражения (3)–(5):

$$\mathrm{M}[C] = \sum_{j=1}^{k} M[C_j] = \sum_{j=1}^{k} P_j\ \mathrm{M}[R_j] = \sum_{j=1}^{k} P_j\ \mathrm{M}[G_j]. \qquad (8)$$

Для расчета дисперсии случайной величины C необходимо знать ковариационную матрицу

$$\left\| K_{ji} \right\| = \left\| \begin{matrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1k} \\ & K_{22} & \dots & K_{2j} & \dots & K_{2k} \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & K_{jj} & \dots & K_{jk} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & K_{kk} \end{matrix} \right\|, \qquad (9)$$

где $K_{jj} = \sigma^2[C_j]$ – дисперсии случайных величин C_j, определяемые по выражению (6); K_{ji} ($i \neq j$) – корреляционные моменты для C_j и C_i.

Если матрица (9) известна, среднее квадратическое отклонение суммарного ущерба определяется зависимостью [1]:

$$\sigma[C] = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \sigma^2[C_j] + 2\sum_{j \le i} K_{ji}}\ .$$

Если корреляционные моменты K_{ji} неизвестны, то учитывая их положительное значение, можно найти нижнюю границу величины дисперсии $\sigma^2[C]$:

$$\sigma^2[C] \ge \sum_{j=1}^{k} \sigma^2[C_j]\,. \qquad (10)$$

Пример 1. Расчет характеристик ущерба

Задана совокупность однотипных ТС, работавших в одинаковых режимах и условиях одно и то же время. Установлено, что данный режим работы может приводить к трем типам аварий (событиям A_j) (j = 1, 2, 3). Известны вероятности таких типов аварий P_j, средние квадратические отклонения $\sigma[A_j]$, математические ожидания $\mathrm{M}[R_j]$ и средние квадратические отклонения $\sigma[R_j]$ случайного ущерба от аварии j-го типа за год (табл. 1). Найти математическое ожидание суммарного ущерба за следующий год эксплуатации совокупности ТС и нижнюю границу дисперсии случайного суммарного ущерба.

Таблица 1

Исходные данные

j	1	2	3
P_j	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$\sigma[A_j]$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
$\mathrm{M}[R_j]$, усл. ед.*	1	10^{2}	10^{3}
$\sigma[R_j]$, усл. ед.	10^{-1}	1	10^{2}

* не путать с долларами.

Найдем математическое ожидание суммарного ущерба. В соответствии с (4) получим:

$\mathrm{M}[C_1] = 10^{-2} \cdot 1 = 10^{-2}$ усл. ед.,

$\mathrm{M}[C_2] = 10^{-3} \cdot 10 = 10^{-2}$ усл. ед.,

$\mathrm{M}[C_3] = 10^{-4} \cdot 10^{2} = 10^{-2}$ усл. ед.

Используя выражение (8), рассчитаем $\mathrm{M}[C]$:

$$\mathrm{M}[C] = \sum_{j=1}^{3} M[C_j] = 3 \cdot 10^{-2} \text{ усл. ед.}$$

По (6) получим

$$\sigma[C_1] = \sqrt{(10^{-2}\cdot 10^{-1})^2 + (1\cdot 10^{-3})^2 + (10^{-3}\cdot 10^{-1})^2} \approx$$
$$\approx 1{,}41\cdot 10^{-3} \text{ усл. ед.},$$

$$\sigma[C_2] = \sigma[C_3] \approx 1{,}41\cdot 10^{-3} \text{ усл. ед.}$$

На основании (10) нижняя граница среднего квадратического отклонения суммарного ущерба

$$\sigma[C] \ge \sqrt{\sum_{j=1}^{3} \sigma^2[C_j]} = \sqrt{3\cdot 1{,}41}\cdot 10^{-3} \approx 2{,}06\cdot 10^{-3} \text{ усл. ед.}$$

Результаты расчетов можно трактовать так. Если существует 10 совокупностей ТС с подобными характеристиками, то за 10 лет их эксплуатации в таких же режимах без изменения показателей самих ТС суммарный средний ущерб от возможных аварий составит

$$10 \cdot 10 \cdot \mathrm{M}[C] = 3 \text{ усл. ед.},$$

что соответствует среднему ущербу от 3 аварий первого типа (табл. 1, $\mathrm{M}[R_1] = 1$ усл. ед.).

Описание задачи оптимизации требований к показателям ущерба

Для проектируемой совокупности ТС рассчитаны математические ожидания ущерба $\mathrm{M}[C_j]$ для всех k типов аварий.

Однако имеются возможности уменьшить вероятности P_j аварий, если, с одной стороны, затратить на это дополнительные ресурсы, например, ввести резервирование слабых звеньев. С другой стороны, можно увеличить вероятность аварий P_j, сэкономив на стоимости производства и эксплуатации совокупности ТС. Ясно, что существует какое-то оптимальное значение для каждой вероятности P_j.

Аналогично, с одной стороны, затратив дополнительно средства, можно в состав ТС включить устройства и системы, уменьшающие в среднем ущерб. Например, поставить на ракету-носитель системы спасения полезной нагрузки, спроектировать экраны, гасящие энергию взрыва ВВ в головной части. С другой стороны, упростив конструкцию, можно уменьшить затраты на производство и эксплуатацию ТС, но увеличить средний ущерб от возможных аварий. Следовательно, могут существовать оптимальные значения математических ожиданий $\mathrm{M}[R_j]$.

Математическая модель задачи оптимизации

Для удобства записи введем обозначения, опуская индекс j,

$$\mathrm{M}[R_j] = x;\ P_j = y.$$

Будем считать, что известны зависимости $L_x(x)$ и $L_y(y)$, определяющие затраты на изменение значений x и y. Тогда суммарные затраты, включающие непосредственнно ущерб от аварий j-го типа, а также дополнительные расходы на увеличение или уменьшение параметров x и y, определяются зависимостью:

$$L = x\cdot y + L_x(x) + L_y(y).$$

Обычно набор решений, изменяющих параметры $\mathrm{M}[R_j] = x$ и $P_j = y$, не очень велик, т.е. величины x и y могут лежать в сравнительно малых интервалах:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &\le x \le x_2,\\ y_1 &\le y \le y_2,\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где x_1, y_1 – нижние пределы изменения x и y; x_2 и y_2 – соответственно верхние пределы.

На заданных интервалах (11) затраты на изменение x и y можно представить линейными функциями. Такой прием в инженерных задачах допустим, правомерность его была подтверждена автором в [2, стр. 257–265]. Переход от нелинейных конструкций (например, наиболее общих степенных функций типа $\alpha_x x^{\beta_x}, \alpha_y y^{\beta_y}$) к линейным при ограничениях (11) не меняет точек оптимума на плоскости (x, y), которые располагаются в точках излома границ допустимых решений.

Пусть в результате расчетов найдены базовые значения $x_б$, $y_б$, лежащие на интервалах (11):

$$\left.\begin{aligned} x_1 &\le x_б \le x_2,\\ y_1 &\le y_б \le y_2,\end{aligned}\right\}$$

а также получены зависимости:

$$L_x(x) = -a(x - x_б)\, y_б;$$
$$L_y(y) = -b(y - y_б)\, x_б, \qquad (12)$$

которые характеризуют дополнительные затраты (экономию) от изменения величины x и y. Поскольку увеличение $\mathrm{M}[R_j] = x$ и $P_j = y$ приводит к экономии средств на их изменение, то в (12) появляется знак минус.

С учетом сделанных замечаний и допущений можно сформулировать **постановку задачи оптимизации.**

Найти такие отклонения $\Delta x_0 = x_0 - x_б$, $\Delta y_0 = y_0 - y_б$ параметров x, y от базовых значений, при которых суммарные затраты L на получение оптимальных параметров x_0, y_0 в создаваемой ТС, а также будущий ущерб от аварий j-го типа были бы минимальны и параметры x_0, y_0 находились в заданных пределах (11).

Математическая запись задачи принимает вид:

$$\left.\begin{aligned} &\min_{\Delta x,\Delta y} L(\Delta x, \Delta y) = (x_б + \Delta x_0)(y_б + \Delta y_0) -\\ &- a\Delta x_0 - b\Delta y_0 = \min\\ &x_1 - x_б \le \Delta x \le x_2 - x_б,\\ &y_1 - y_б \le \Delta y \le y_2 - y_б,\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Преобразуем целевую функцию $L(\Delta x, \Delta y)$:

$$L(\Delta x, \Delta y) = (x_б y_б + y_б\Delta x + x_б\Delta y + \Delta x\Delta y -$$
$$- a\, y_б\Delta x - b\, x_б\, \Delta y. \qquad (14)$$

Величиной $\Delta x\Delta y$ можно пренебречь, т. к. она на порядок меньше остальных членов.

Введем новые переменные:

$$\bar{x} = \frac{x - x_б}{x_б} = \frac{\Delta x}{x_б};\ \bar{y} = \frac{y - y_б}{y_б} = \frac{\Delta y}{y_б},$$

тогда выражение (14) принимает вид

$$L(\bar{x}, \bar{y}) = (x_б y_б + x_б y_б\ \bar{x} + x_б y_б\ \bar{y} - a\, x_б y_б\ \bar{x} - b\, x_б y_б\ \bar{y}.$$

Введем новую целевую функцию $\bar{L}$, экстремумы которой совпадает с экстремумами L (13).

$$\overline{L} = \frac{L - x_б y_б}{x_б y_б} = (1 - a)\ \overline{x} + (1 - b)\ \overline{y}.$$

После этих упрощений постановка задачи может быть записана следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\min_{\overline{x},\overline{y}} \overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = (1-a)\overline{x}_0 + (1-b)\overline{y}_0 = \min;\\ &\overline{x}_1 \le \overline{x} \le \overline{x}_2;\\ &\overline{y}_1 \le \overline{y} \le \overline{y}_2, \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

где $\overline{x}_1 = \dfrac{x_1 - x_б}{x_б}$; $\overline{x}_2 = \dfrac{x_2 - x_б}{x_б}$; $\overline{y}_1 = \dfrac{y_1 - y_б}{y_б}$; $\overline{y}_2 = \dfrac{y_2 - y_б}{y_б}$.

Задача (15) – типичная задача линейного программирования с линейной целевой функцией и линейными ограничениями. Так как в ней всего два искомых параметра, то она может быть решена перебором или даже графически. Минимум функции $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y})$, как известно, лежит в угловых точках области допустимых значений: $A(\overline{x}_2, \overline{y}_2)$, $B(\overline{x}_2, \overline{y}_1)$, $C(\overline{x}_1, \overline{y}_1)$, $D(\overline{x}_1, \overline{y}_2)$ (см. рис. 2). Через эти точки проходят прямые $(1 - a)\ \overline{x} + (1 - b)\ \overline{y} = L$, отвечающие условию $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = \min$. Если бы мы использовали нелинейную функцию $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y})$, то и она бы проходила через точки A, B, C, D при $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = \min$. (На рис. 2 нелинейные функции $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y})$ показаны пунктиром).

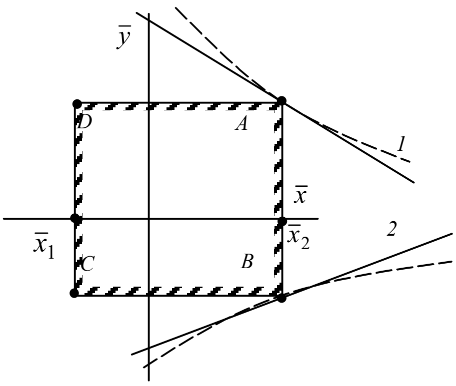

Рис. 2. Оптимизация ущерба:
1, 2 – $\overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = (1 - a)\,\overline{x} + (1 - b)\,\overline{y}$

Анализ целевой функции показывает, что при $a = b = 1$ вся область задания состоит из оптимальных точек. Действительно, если $a = b = 1$, то средства, вкладываемые в изменения параметров x, y, равны изменению ущерба, т. е. любые значения x и y на заданных интервалах дают одинаковый суммарный эффект.

Если:

$$\left.\begin{aligned} &a > 1; b > 1, \text{то } x_0 = x_2, y_0 = y_2;\\ &a < 1; b < 1, \text{то } x_0 = x_1, y_0 = y_1;\\ &a > 1; b < 1, \text{то } x_0 = x_2, y_0 = y_1;\\ &a < 1; b > 1, \text{то } x_0 = x_1, y_0 = y_2. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Суть решения (16) можно пояснить так: если уменьшение параметров x и y обходится дешево ($a < 1$, $b < 1$), то нужно максимально уменьшить эти параметры, т. е. оптимальные значения садятся на нижние пределы. И наоборот, если уменьшение ущерба и вероятности аварии стоят дорого ($a > 1$, $b > 1$), то оптимум уходит на верхние пределы.

Решена задача оптимизации величин $M[R_j]$, P_j для аварии j-го типа. Если найдены оптимальные $x_{j0} = (M[R_j])_0$; $y_{j0} = P_{j0}$ (здесь снова введем индекс j, который ранее опустили для простоты записи), то оптимальный безусловный ущерб от аварий j-го типа

$$(M[C_j])_0 = (M[R_j])_0 P_{j0}.$$

В соответствии с (8) суммарный безусловный ущерб от всех типов аварий является аддитивной функцией от $(M[C_j])_0$. Сумма минимумов, как известно, тоже дает минимум, поэтому оптимальный суммарный безусловный ущерб

$$(M[C_j])_0 = \sum_{j=1}^{k} (M[C_j])_0 = \sum_{j=1}^{k} (M[R_j])_0 P_{j0} = \sum_{j=1}^{k} x_{j0} y_{j0}.$$

Для удобства записи, принимая $(M[C])_0 = C_0$, получим

$$C_0 = \sum_{j=1}^{k} x_{j0} y_{j0}. \qquad (17)$$

Пример 2. Оптимизация характеристик ущерба

Разрабатывается ТС, для которой известны три типа аварий $j = 1, 2, 3$; получены расчетные значения вероятностей этих аварий P_j и математические ожидания соответствующих ущербов $M[R_j]$ в течение каждого года эксплуатации совокупности ТС. Имеется возможность изменять эти значения в пределах ±20% от полученных базовых значений ($M[R_j]$, P_j), однако эти изменения или требуют дополнительных затрат, или приводят к экономии средств. Требуется рассчитать такие оптимальные значения $(M[R_j])_0$, P_{j0}, при которых суммарные затраты будут минимальны, а также найти оптимальный средний суммарный ущерб по всем типам аварий для каждого года эксплуатации одной совокупности ТС.

Используем значения $M[R_j]$ и P_j, заданные в примере 1. Необходимые исходные данные сведены в табл. 2. С учетом полученных результатов (16) решение задачи сводится к элементарным расчетам.

Для $j = 1$ целевая функция

$$\overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = -0{,}5\ \overline{x} + 0{,}5\ \overline{y}$$

при заданных ограничениях обращается в минимум в точке $A(\overline{x}_2, \overline{y}_1)$ (рис. 3).

Следовательно, $x_0 = 1{,}2$ усл. ед., $y_0 = 0{,}008$ и $(M[C_1])_0 = 1{,}2 \cdot 0{,}008 = 96 \cdot 10^{-4}$ усл. ед.

Для $j = 2$ целевая функция принимает вид

$$\overline{L}(\overline{x}, \overline{y}) = 0{,}5\ \overline{x} - 0{,}5\ \overline{y}.$$

Она обращается в минимум в точке $\overline{x}_0 = \overline{x}_1$, $\overline{y}_0 = \overline{y}_2$ (точка $B(\overline{x}_1, \overline{y}_2)$ на рис. 3). Следовательно, $x_0 = 8$ усл. ед., $y_0 = 0{,}12 \cdot 10^{-2}$, $(M[C_2])_0 = 8 \cdot 0{,}12 \cdot 10^{-2} = 96 \cdot 10^{-4}$ усл. ед.

Таблица 2

Исходные данные

j	$x_{бj}$ = = M[R_j], усл. ед.	$y_{бj}$ = = P_j	a_j	b_j	x_{j2}, усл. ед.	x_{j1}, усл. ед.	y_{j2}	y_{j1}	$\bar{x}_{j2}$	$\bar{x}_{j1}$	$\bar{y}_{j2}$	$\bar{y}_{j1}$
1	1	10^{-2}	1,5	0,5	1,2	0,8	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	$0{,}8 \cdot 10^{-2}$	0,2	-0,2	0,2	-0,2
2	10	10^{-3}	0,5	1,5	12	8	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$0{,}8 \cdot 10^{-3}$	0,2	-0,2	0,2	-0,2
3	100	10^{-4}	0,5	0,5	120	80	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$0{,}8 \cdot 10^{-4}$	0,2	-0,2	0,2	-0,2

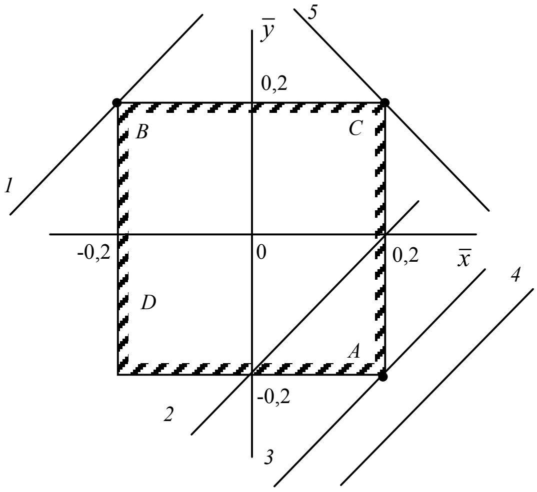

Рис. 3. Расчет оптимального ущерба:

1 – $\bar{L}(\bar{x},\bar{y})$ = 0,5 $\bar{x}$ – 0,5 $\bar{y}$ = – 0,2;

2 – $\bar{L}(\bar{x},\bar{y})$ = – 0,5 $\bar{x}$ + 0,5 $\bar{y}$ = – 0,1;

3 – $\bar{L}(\bar{x},\bar{y})$ = – 0,2; 4 – $\bar{L}(\bar{x},\bar{y})$ = – 0,25;

5 – $\bar{L}(\bar{x},\bar{y})$ = – 0,5 $\bar{x}$ – 0,5 $\bar{y}$ = – 0,2

Для j = 3 целевая функция

$$\bar{L}(\bar{x},\bar{y}) = -0{,}5\ \bar{x} - 0{,}5\ \bar{y}.$$

Она имеет минимум в точке $C(\bar{x}_2,\ \bar{y}_2)$ (см. рис. 3).

Следовательно, x_0 = 120 усл. ед., $y_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$, $(\mathrm{M}[C_3])_0 = 120 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4} = 144 \cdot 10^{-4}$ усл. ед.

В соответствии с (17) оптимальный средний суммарный ущерб от всех типов аварий в течение каждого года эксплуатации одной совокупности ТС:

$C_0 = 96 \cdot 10^{-4} + 96 \cdot 10^{-4} + 144 \cdot 10^{-4} = 336 \cdot 10^{-4} = 0{,}0336$ усл.ед.

Это на 12% больше, чем базовый ущерб только от аварий:

$C_б$ = 0,0300 усл. ед. (см. пример 1).

Таким образом, минимизируя общие затраты, можно пойти на некоторое ухудшение характеристик ТС. Увеличение потерь от аварий будет перекрыто экономией при производстве и эксплуатации.

Если планировать эксплуатацию 10 совокупностей подобных ТС в течение 10 лет в нынешних условиях, то суммарный средний ущерб от аварий составит:

$10 \cdot 10 \cdot 0{,}0336 = 3{,}36$ усл. ед.,

т. е. будет соответствовать 3–4 авариям первого типа.

* * *

Предлагаемая методика может послужить основой для расчета и задания оптимальных требований к характеристикам безопасности ТС. Остается решить более сложную задачу – статистического оценивания рассмотренных показателей по результатам эксплуатации, и найти методы принятия ТС с заданными оптимальными характеристиками по данным испытаниям.

Литература

1. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 1. – М.: Мир, 1984.
2. **Волков Л.И.** Управление эксплуатацией летательных аппаратов. 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1987.

Российская Академия наук
Статья поступила 12.11.2000

УДК 629.7.01+629.7.07

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ УЩЕРБА ОТ АВАРИЙ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2001, Л.И. Волков

Рассмотрены методы определения статистических оценок вероятности аварии и условного ущерба от аварии при различных планах испытаний. На основе положений теории статистических решений для различных функций потерь из-за ошибок оценивания найдены оптимальные решающие правила, которые соответствуют оптимальной, по критерию минимума риска, доверительной вероятности. Приведены примеры решения задач для совокупности технических систем, эксплуатируемых в течение длительных сроков.

Данная работа является непосредственным продолжением статьи «Методика расчета и оптимизации ущерба от аварий технических систем».

Суть предложенной методики расчета характеристик ущерба в технических системах (ТС) сводится к следующей модели.

В совокупности ТС могут возникать аварии конечного числа типов k (j = 1, 2, …, k). Возникновение аварии характеризуется случайным событием (исходы 0; 1) с вероятностью P_j. В результате аварии возника-

Лев Иванович Волков – член-кореспондент РАН, доктор технических наук, генерал-лейтенант в отставке